AXE 1 – Fondements épistémologiques et didactiques

Exposé 1 – Genèse de la notion de fonction

Houria Hamzaoui et Ridha Najar

♦ Présentation

Le passage du mode de pensée algébrique au mode de pensée fonctionnelle nécessite de penser en terme de variations. L'examen d'un point de vue historique de l'évolution du concept de fonction démontre que les règles définissant les liens fonctionnels lors de l'étude de certains phénomènes ou de la gestion d'opérations quotidiennes n'ont pas toujours été explicites. L'usage de la correspondance sous forme de tables ou de traces sur différents supports à des stades reculés de l'histoire humaine, semble nous renseigner sur l'usage à un stade embryonnaire inconscient du principe d'interdépendance. Or, l'interdépendance entre quantités variables est un concept clé dans la compréhension des situations fonctionnelles; ces situations qui se sont complexifiées à travers l'histoire faisant du développement de la pensée fonctionnelle une nécessité dans la plupart des domaines mathématiques et également dans nos sociétés modernes. Nous exposerons à travers cette communication, quelques aspects de l'évolution d'un point de vue historique, de l'usage de l'interdépendance entre quantités variables et de là, nous tenterons d'amorcer une réflexion et un débat sur les caractéristiques d'une pensée fonctionnelle.

♦ Références bibliographiques principales

Charbonneau, L. (1987). L'histoire des mathématiques, Première partie : Fonction : Du statisme grecque au dynamisme du début du XVIII[e] siècle. *Bulletin de l'AMQ*, 5-10.

Duvillié, B. (1999). *Sur les traces de l'Homo mathematicus, Les mathématiques avant Euclide*. Mésopotamie, Égypte, Grèce. Ellipses.

Glaymann, M. (1989). Ptolémée, Al Kashi et les tables naturelles. *Bulletin de l'APMEP*, *370*, 465-477.

Keller, O. (2001). Éléments de préhistoire des mathématiques. *Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS, 105*, 327-349.

Pihoué, D. (1997). L'entrée dans le monde de pensée fonctionnel en classe de seconde. (I. d. Paris, Éd.) *Cahier du DIDIREM, 31*, 1-79.

Robert, V. *et al. (*2018). *La pensée fonctionnelle : une analyse praxéologique du potentiel de son développement précoce*. EMF, 22-26 octobre, Gennevilliers, France.

Stölting, P. (2008). *La pensée fonctionnelle des élèves de 10 à 16 ans - Analyses comparatives et études empiriques de son enseignement en France et Allemagne*. Thèse. (U. R. Université Denis Diderot Paris 7, Éd.)

Exposé 2 – Vers une praxéologie épistémologique de référence du domaine pré-algébrique

Julia Pilet et Brigitte Grugeon - Allys

♦ Présentation

Nous proposerons une réflexion sur la caractérisation des savoirs numérico-algébriques à la frontière entre les domaines numériques et algébriques qui sont en jeu dans la discontinuité entre les pratiques numériques et algébriques. Nous faisons l'hypothèse que ces savoirs jouent un rôle clef pour faciliter l'entrée dans l'algèbre et donner une raison d'être au symbolisme au début du collège en France. Après avoir présenté les aspects épistémologiques en jeu à la transition numérique-algébrique, nous nous placerons dans le cadre de la théorie anthropologique du didactique (Chevallard, 1999) pour caractériser une praxéologie de référence (Bosch et Gascon, 2005) relative au domaine pré-algébrique. Nous expliciterons en quoi cette praxéologie peut servir de référence pour analyser la complétude des praxéologies développées dans les programmes et les manuels et pour analyser l'activité mathématique développée par des élèves à l'entrée dans l'algèbre.

♦ Références bibliographiques principales

Bosch, M., & Gascon, J. (2005). La praxéologie comme unité d'analyse des processus didactiques. In Mercier A. & Margolinas C. (Éds.), *Balises pour la didactique des mathématiques* (pp. 197-122). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Butlen, D., & Pezard, M. (2000). Le rôle du calcul mental dans la connaissance des nombres, des opérations et dans la résolution de problèmes. *Repères-IREM, 41*, 5-24.

Butlen, D., & Pezard, M. (2007). Conceptualisation en mathématiques et élèves en difficulté. *Grand N, 79*, 3-32.

Carraher, D. W., & Schliemann, A. D. (2007). Early Algebra and algebraic reasoning. In F. K. Lester Jr (Ed), *Second Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 669-705). Charlotte, NC : Information Age.

Constantin, C. (2017). Formaliser, unifier et généraliser : une alternative pour l'enseignement du calcul algébrique au collège ? *Recherches en didactique de mathématiques, 37(*1), 53-99.

Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique de mathématiques, 19* (2), 221-265.

Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactiques et de Sciences Cognitives, 5,* 37-65.

Houdement, C. (2017). Résolution de problèmes arithmétiques à l'école. *Grand N, 100,* 59-78.

Julo, J. (1995). *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques, un apport de la psychologie cognitive à l'enseignement*. Ed. P.U.R

Kieran, C., Pang, J., Schifter, D., & Ng, S. F. (2016). *Early Algebra. Research into its Nature, its Learning, its Teaching.* SpringerOpen.

Radford L., (2014). The Progressive Development of Early Embodied Algebraic Thinking. *Mathematics Education Research Group of Australasia, 26*, 257-277.

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics, 22*, 1-36.

Vergnaud G. (1988) : Long terme et court terme dans l'apprentissage de l'algèbre. In *Actes du premier colloque franco-allemand de didactique*, Editions La Pensée Sauvage.

AXE 2 – Curricula et ressources

Explosé 3 - L'algèbre dans les programmes de mathématiques au cycle collégial marocain ; place et rôle du calcul algébrique

Belkassem Seddoug

♦ **Présentation**

Dans ce travail, le curriculum officiel des mathématiques au Maroc est étudié à travers l'évolution de l'enseignement de l'algèbre au Collège. Pour cela, nous nous intéressons, aux raisons d'être du calcul algébrique et son rapport à la notion de fonction en tant qu'outil de modélisation. Finalement, dans la perspective d'une réforme imminente des programmes de mathématiques au collège, nous examinons les fonctionnalités du calcul algébrique qu'une perspective de renouvellement curriculaire doit viser.

♦ **Références bibliographiques principales**

Chevallard, Y. (1989). Le passage de l'arithmétique à l'algébrique dans l'enseignement des mathématiques au collège. Deuxième partie : perspectives curriculaires : la notion de modélisation*. Petit x, 19*, 45-75.

Chevallard, Y. (1999) Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : l'approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 19*(3), 221–266.

Exposé 4 : Potentiel du développement de la pensée algébrique dans le programme de formation de l'école québécoise

Hassane Squalli, Doris Jeannotte et Jeanne Koudogho

♦ **Présentation**

Cette recherche s'inscrit dans le projet d'une étude internationale de l'OIPA portant sur une analyse comparative des curricula en lien avec le développement de la pensée algébrique. Dans cette communication, nous proposons un modèle épistémologique de référence de la pensée algébrique ainsi que quelques résultats de notre analyse du potentiel du programme de formation de l'école primaire québécoise à développer la pensée algébrique.

♦ **Références bibliographiques principales**

Bronner, A. (2018). Éléments d'analyse du curriculum officiel à propos de la pensée algébrique. *Actes EMF2018 – GT2.*

Larguier, M. (2015). Première rencontre avec l'algèbre. *Actes EMF2015 – GT3*

Atelier 1 - L'élaboration de tâches avec des enseignants : la mise en lumière d'enjeux liés à l'introduction de la pensée algébrique au primaire et au début du secondaire.

Doris Jeannotte et Mireille Saboya

♦ Présentation

Dans cet atelier, nous aborderons le travail collaboratif avec des enseignants autour de tâches visant explicitement ou non le développement de la pensée algébrique. L'apport de chacun et les enjeux d'expertise seront explorés. En particulier, nous explorerons la tâche en tant qu'objet frontière au sens de Star (1988) et comment le travail conjoint (enseignants/chercheur) sur certaines tâches par la création d'un phénomène de breaching (Corriveau, 2013) permet de mettre en lumière des enjeux liés à l'introduction de la pensée algébrique. Nous tenterons de mettre en lumière les caractéristiques de ces tâches afin de pouvoir les exploiter pour construire des rencontres réflexives. Nous inviterons les participants à réfléchir autour de cas spécifiques.

♦ Références bibliographiques principales

Corriveau, C. (2013). *Des manières de faire des mathématiques comme enseignants, abordées dans une perspective ethnométhodologique pour explorer la transition secondaire-collégial.* (Thèse de doctorat non publiée.) Université du Québec à Montréal.

Kieran, C. (2018). *Teaching and Learning Algebraic Thinking with 5-to 12-Year-Olds*. Springer, Cham.

Saboya Mandico, M. (2010). *Élaboration et analyse d'une intervention didactique co-construite entre chercheur et enseignant, visant le développement d'un contrôle sur l'activité mathématique chez les élèves du secondaire*. Doctoral dissertation, Université du Québec à Montréal.

Star, S.L. (1988). The structure of ill-structured solutions: Boundary objects and heterogeneous distributed problem solving. In M. Huhns & L. Gasser (Eds.), *Readings in distributed artificial intelligence*. Menlo Park, CA: Kaufman.

AXE 3 – Apprentissage des élèves

Exposé 5 : Les stratégies exprimées par les élèves dans la résolution d'un problème de généralisation algébrique

Said Abouhanifa et Hassane Squalli

♦ Présentation

Cette étude vise l'exploration des stratégies développées dans le processus de généralisation et déterminer la place de la symbolisation dans les raisonnements des élèves, tout en mettant en relief les difficultés rencontrées à l'égard des généralités ainsi exprimées. En se basant sur le cadre d'analyse de Radford qu'il propose pour comprendre le raisonnement et les erreurs des élèves lorsqu'ils généralisent un processus, et sur les recherches centrées sur la pensée algébrique, nous avons administré une activité de généralisation dans le domaine de l'algèbre élémentaire, à un échantillon de 2 290 élèves du niveau terminal du primaire et du début de collège, à l'âge de 12 à13 ans.

Les résultats ressortis de l'analyse des propos des élèves témoignent de la capacité des élèves à produire des généralités de façon réfléchie ou téméraire. Ils proclament en conséquence qu'une majorité d'élèves interrogés rencontrent des difficultés dans la symbolisation algébrique.

♦ Références bibliographiques principales

Cotnoir, G., & Squalli, H., (2015). *Analyse des scénarios d'introduction de l'algèbre dans trois nouveaux manuels québécois du premier cycle du secondaire*. Matematika Didaktika aux CRMEF Volume I, 20-33.

Demonty, I., Fagnant, A., & Vlassis, J. (2015). Le développement de la pensée algébrique : quelles différences entre les raisonnements mis en place par les élèves avant et après l'introduction de l'algèbre ? *Actes EMF2015 – GT3.*

Dörfler, W. (1991). Forms and means of generalization in mathematics. In A. J. Bishop, S. Mellin-Olsen & J. Van Dormolen (Eds.), *Mathematical knowledge: its growth through teaching* (pp. 63-85). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Rojano, T. (1996). Developing algebraic aspects of problem solving within a spreadsheet environment. In *Approaches to algebra*. Perspectives for Research and Teaching (pp. 137- 146). Boston: Kluwer Academic Publishers.

Jeannotte, D. (2005). *L'interprétation de la lettre et les erreurs commises en algèbre par des élèves du secondaire d'aujourd'hui et ceux de la fin des années 70 une étude comparative*. Mémoire de maîtrise non publié. Université de Sherbrooke.

Kaput, J., & Blanton, M. (2005). Algebrafying the elementary mathematics experience in a teacher-centered, systemic way. In T. Romberg & T. Carpenter (Eds.), *Understanding mathematics and science matters* (pp. 99-125). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D.A. Grouws (dir.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 390-419). New- York, NY: Macmillan.

Larguier M. (2015). Première rencontre avec l’algèbre, *Actes EMF2015 – GT3.*

Radford, L. (2014). The progressive development of early embodied algebraic thinking. *Mathematics Education Research Journal, 26*(2), 257–277.

Radford, L., (1999). 'El aprendizaje del usa de signos en algebra: una perspectiva post-Vigotskiana', *Educaci6n Matematica 11*(3), 24-42.

Radford, L., (2002). 'The seen, the spoken and the written: a semiotic approach to the problem of objectification of mathematical knowledge', For the learning of mathematics 22(2), 14-23

Radford, L., (2003a). 'Narratives expressions algébriques et calcul formel: de la constitution à la transformation du sens', Annales de didactique et de sciences cognitives 8, 191-208

Radford, L., (2003b). 'Gestures, speech, and the sprouting of signs: a semioticcultural approach to students" types of generalization'. *Mathematical Thinking and Learning 5*(1), 37-70

Radford, L., (2004a). 'La généralisation mathématique comme processus sémiotique'. In G. Arrigo, (dir.), *Atti del 2004 Convegno di didattica della matematica* (pp. 11-27). Locarno, Suisse: Alta Scuola Pedagogica.

Radford, L., Bardini, C., & Sabena, C. (2006). *'Perceptual semiosis and the microgenesis of algebraic generalizations', Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (CER}.I[E 4), 17-21 February 2005, Sant Feliu de Guixols, Spain, pp. 684-695, http://laurentian.cafeducflradfordjcerme4.pdf

Radford, L., Miranda, I., & Demers, S. (2009). *Processus d’abstraction en mathématiques*. Ottawa: Centre franco-ontarien de ressources pédagogiques, Imprimeur de la Reine pour l’Ontario.

Squalli, H. (2015). La généralisation algébrique comme abstraction d’invariants essentiels. *Actes de l’Espace Mathématique Francophone*. Alger.

Squalli, H., Mary, C., & Marchand, P. (2011). Orientations curriculaires dans l’introduction de l’algèbre: cas du Québec et de l’Ontario. In J. Lebeaume, A. Hasni & I. Harlé (dir.), *Recherches et expertises pour l’enseignement. Technologie, sciences, mathématiques* (p. 67-78). Bruxelles : De Boeck Université.

Squalli, H., Larguier, M., Bronner, A., & Adihou, A. (2018). Cadre d’analyse des raisonnements dans la résolution de problèmes algébriques de type partage inéquitable. In H. Squalli & A. Bronner, (rédacteurs invités), *Le développement de la pensée algébrique avant l’introduction du langage algébrique conventionnel.* NCRÉ

Vergnaud, G., Cortes, A., & Favres-Artigue, P. (1988). *Introduction de l’algèbre auprès des débutants faibles ; problèmes épistémologiques et didactiques*.

Exposé 6 : Développement de la pensée algébrique chez les élèves luxembourgeois du cycle 4.2 à la 6e secondaire

Céline Coursimault

♦ Présentation

Dans cet exposé, je présenterai les résultats que j'ai obtenus dans le cadre de mon travail de candidature qui est en cours de rédaction et qui porte sur le développement de la pensée algébrique chez les élèves luxembourgeois du cycle 4.2 à la 6ème secondaire classique. L'objectif de ce travail est d'analyser les démarches employées par les élèves pour résoudre des activités de généralisation afin d'essayer de répondre aux deux questions de recherche suivantes :

- ⇨ comment les élèves sont-ils capables de mettre en œuvre une pensée algébrique pour résoudre une activité de généralisation : quelle est la représentation employée, quelles sont les démarches mises en œuvre suivant qu’ils sont en fin d’enseignement primaire ou en début d’enseignement secondaire ?
- ⇨ comment évolue la pensée algébrique de l’élève au cours de ces trois années : l’introduction du cadre formel de l’algèbre au début de l’enseignement secondaire permet-elle à l’élève du secondaire une représentation plus efficace pour la résolution d’une activité de généralisation ?

♦ Références bibliographiques principales :

Demonty, I. (2017). *Regards croisés sur le développement de la pensée algébrique : entre raisonnements des élèves et connaissances des enseignants*. Thèse de doctorat. Université de Liège.

Demonty, I., & Vlassis, J. (2018). *Développer l'articulation arithmétique algèbre entre le primaire et le secondaire*. De Boeck.

Kaput, J. J. (1999). Teaching and learning a new algebra. In *Mathematics classrooms that promote understanding* (pp. 145-168). Routledge.

Kieran, C. (2007). Learning and teaching algebra at the middle school through college levels: Building meaning for symbols and their manipulation. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning, 2*, 707-762.

Radford, L., & Peirce, C. S. (2006, November). Algebraic thinking and the generalization of patterns: A semiotic perspective. In *Proceedings of the 28th conference of the international group for the psychology of mathematics education, North American chapter* (Vol. 1, pp. 2-21).

Radford, L. (2008). Iconicity and contraction: A semiotic investigation of forms of algebraic generalizations of patterns in different contexts. *ZDM, 40*(1), 83-96.

Radford, L. (2014). The progressive development of early embodied algebraic thinking. Mathematics *Education Research Journal, 26*(2), 257-277.

Squalli, H. (2002). Le développement de la pensée algébrique à l'école primaire: un exemple de raisonnements à l'aide de concepts mathématiques. *Instantanés mathématiques, 39*(1), 4-13.

Squalli, H., Mary, C., & Marchand, P. (2011). Orientations curriculaires dans l'introduction de l'algèbre: cas du Québec et de l'Ontario. In *Recherches et expertises pour l’enseignement scientifique* (Vol. 1, pp. 65-78). De Boeck Supérieur.

Squalli, H. (2015). La généralisation algébrique comme abstraction d’invariants essentiels. In *Actes du colloque Espace Mathématique Francophone 2015–Groupe travail* (Vol. 3).

Vlassis, J., Demonty, I., & Squalli, H. (2017). Développer la pensée algébrique à travers une activité de généralisation basée sur des motifs (patterns) figuratifs. *Nouveaux cahiers de la recherche en éducation, 3*.

Exposé 7 : Procédures et difficultés rencontrées par les élèves lors de la résolution de problèmes de structure algébrique

Isabella Oliveira, Stéphanie Rhéaume et Fanny Geerts

♦ Présentation

Différentes recherches indiquent que les élèves présentent des difficultés à résoudre des problèmes algébriques. D'autres montrent qu'ils peuvent résoudre ce type de problèmes avant que l'algèbre soit enseignée. Cet article analyse ce que font les élèves avant et après l'enseignement de l'algèbre à l'école. Nous avons analysé la production de 528 élèves (6e année à secondaire 2 au Québec, élèves de 11 à 14 ans). Les résultats indiquent que les procédures privilégiées lors de la résolution de problèmes algébriques sont semblables avant et après son enseignement. Nous observons deux catégories de difficultés: la compréhension de relations du problème et la manipulation d'équations algébriques. Identifier et discuter ces difficultés permet de mieux cibler des éléments de réflexion à considérer pour travailler les problèmes en classe et pour favoriser le passage de la résolution de problèmes écrits en mots vers l'écriture des expressions algébriques.

♦ Références bibliographiques principales

Bednarz, N., & Janvier, B. (1996). Emergence and development of algebra as a problem-solving tool: continuities and discontinuities with arithmetic. In N. Bednarz, C. Kieran & L. Lee (dir.), *Approaches to algebra: perspectives for research and teaching* (pp. 115-136). Dordrecht: Kluwer.

Booth, L. (1988). Childrens difficulties in beginning algebra. In A. F. Coxford & A. P. Shulte (dir.), *The ideas of algebra, K-12* (pp. 299-306). Reston: NCTM.

Cai, J., & Knuth, E. (dir.) (2011a). *Early algebraization: a global dialogue from multiple perspectives*. Berlin: Springer.

Oliveira, I., & Rhéaume, S. (2014). Comment s’y prennent-ils? La résolution de problèmes departage inéquitable par des élèves avant enseignement formel de l’algèbre. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 14*(4), 404-423.

Exposé 8 : Entrer dans la modélisation par la résolution de problèmes

Cécile Allard, Julia Pilet, Julie Horoks et Brigitte Grugeon-Allys

♦ Présentation

Les perspectives, en termes d'apprentissage, de la résolution de problèmes arithmétiques (Vergnaud, 1989; Houdement, 2017) à l'école primaire ne sont pas motivées par la construction de notions algébriques. Pour autant lorsque des élèves de primaire ou de début de collège résolvent de tels problèmes, ils doivent souvent interpréter un court texte et se représenter le problème (Julo, 1995) afin de mettre en relation les données. Nous montrerons en quoi l'activité de résolution de problèmes met en jeu selon nous des savoirs qui sont en jeu dans la frontière entre les pratiques numériques et algébriques (en lien avec la communication de Pilet et Grugeon-Allys). Nous avons mis au point avec des enseignants du collège (sixième et cinquième) et de l'école (CM1, CM2) un test diagnostique visant un état des lieux des connaissances des élèves sur les problèmes basiques. Nous présenterons l'analyse des résultats de ce test passé dans vingt classes (douze de primaires et dix de collèges) pour faire un état des lieux des connaissances en germe, en particulier, pour mettre en relation les données, modéliser (via des dessins plus ou moins abstraits ou des schémas), produire des écritures en ligne des calculs et produire des résultats.

♦ Références bibliographiques principales

Julo J. (1995). *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques, un apport de la psychologie cognitive à l'enseignement*. Ed. P.U.R

Vergnaud, G. (1989). Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques. Un exemple : les structures additives. *Petit x, 22*, 51-59.

Exposé 9 : Ré-écriture de calculs en CE2

Anne-Marie Rinaldi

♦ Présentation

La communication s'intéresse aux démarches et à certaines difficultés des élèves rencontrées dans la réécriture de calcul dans un dispositif expérimental d'enseignement de la soustraction (Rinaldi, 2016). Elle s'attarde sur les connaissances de numération et celle liée à la conservation des écarts dans les calculs mobilisés par les élèves, l'enseignant, et le scénario. Elle montre comment celles-ci s'expriment oralement et par écrit et participent au développement de la pensée algébrique (Bronner et Larguier, 2018) à l'école élémentaire. Elle questionne le choix des types de tâches (Chevallard, 1999) et des situations proposés aux élèves de cycle 2 pour les amener à produire des écritures arithmétiques dans le but de simplifier l'effectuation d'un calcul.

♦ Références bibliographiques principales

Bronner, A., & Larguier, M. (2018). Eléments d'analyse du curriculum officiel à propos de la pensée algébrique. *GT2, Pré-actes 2018, EMF2018*, 2-11

Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique de didactique. *Recherches en didactique des mathématiques, 19*(2), 221-265.

Rinaldi, A.-M. (2016). *Place et rôle des technologies dans l'enseignement et l'apprentissage du calcul soustractif en CE2 : proposition d'ingénierie*. Thèse de doctorat, Université Paris-Diderot.

Exposé 10 : Facteurs d'échec dans l'apprentissage de la factorisation au collège et leur prise en charge pédagogique: une approche didactique et épistémologique

Yvonne Areka Zoba Nkongo

♦ **Présentation**

Il s'agit dans cette étude d'essayer de remédier aux difficultés que les élèves rencontrent en factorisation. Pour cela, nous partons d'une étude épistémologique sur la factorisation pour mettre en évidence les habiletés attendues autour d'un travail de factorisation et donc détecter celles laissées à la charge de l'élève. Celà nous permet de construire une grille d'analyse à l'image de celle de Brigitte Grugeon pour analyser une tache précise de factorisation, ainsi que les productions des élèves pour une tache précise de factorisation. Nous avons donc mis sur pied une expérimentation. La conception de l'expérimentation repose sur la double hypothèse que l'utilisation des représentations visuelles (arbres de calcul et rectangles) seraient d'un apport bénéfique pour remédier à certaines difficultés que les élèves rencontrent, et, qu'il faudrait d'abord travailler en arithmétiques certaines habiletés "propices" au calcul algébrique. L'analyse à postériori révèle entre autre l'influence que certaines pratiques du calcul arithmétique (comme décomposer une écriture en ligne complexe en de petites opérations élémentaires avant de les effectuer) ont sur le calcul algébrique, ici la factorisation.

♦ **Références bibliographiques principales**

Grugeon, B. (2000). *Une structure d'analyse multidimensionnelle en algèbre élémentaire: conception, exploitation, et perspectives*.

Drouhard, J.P., & Panizza, M. (2012). *Hansel et Gretel et l'implicite sémio-linguistique en algèbre élémentaire.*

Bardini, C. (2003). *Le rapport au symbolisme algébrique: une approche didactique et épistémologique.*

Chaachoua, H., *et al.* (2012) *introduction de nouvelles représentations dans deux environnements pour l'apprentissage de l'algèbre: ALNUSET et APLUSIX.*

Simond, P. (2013). *Appropriation des représentations visuelles par une enseignante dans une séquence d'enseignement portant sur la factorisation en algèbre.*

Exposé 11 : Analyse d'une évaluation entre pairs en algèbre au collège

Sylvie Coppé

♦ **Présentation**

Dans le cadre du projet européen de recherche ASSIST ME (Assess Inquiry in Science, Technology and Mathematics Education) dont l'objectif était de concevoir et de diffuser des méthodes d'évaluations formatives, nous avons élaboré un dispositif d'évaluation formative entre pairs (Allal, 1999) dans le cadre d'une séance d'algèbre au collège en classe de 4e et 3e (élèves de 13-15 ans). A partir de tâches simples utilisant des programmes de calcul, chaque élève devait se prononcer sur la validité des réponses d'un autre élève puis de toute la classe en justifiant. Un débat était ensuite organisé pour discuter ces réponses. Après avoir analysé la tâche et notamment les connaissances mobilisables pour la réaliser, nous montrerons l'évolution des réponses des élèves et nous compléterons par des éléments sur le débat afin de déterminer en quoi ce dispositif a pu avoir une fonction formative.

♦ **Références bibliographiques principales**

Allal, L. (1999). Impliquer l'apprenant dans le processus d'évaluation : promesses et pièges de l'autoévaluation. In C. Depover & B. Noël (Éds.), *L'évaluation des compétences et des processus cognitifs, modèles, pratiques et contextes* (pp. 35-56). Bruxelles : De Boeck.

Chevallard, Y. (2007). *Séminaire PLC2, année universitaire 2006-2007*. Consulté à l'adresse http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Seminaire_2006-2007.pdf

Coppé, S., & Moulin, M. (2017). Évaluation entre pairs et débat argumenté dans le cadre d'un problème complexe en mathématiques. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 17*(4), 308-327.

Coppé, S., & Grugeon-Allys, B. (à paraitre). Le calcul littéral au collège. Quelle articulation entre sens et technique ? In CORFEM, *Ressources pour la formation des professeurs. Savoirs mathématiques à enseigner au collège et au lycée*.

Atelier 2 – Cadre d'analyse de la généralisation algébrique chez des élèves avant leur entrée en algèbre

Joëlle Vlassis et Hassane Squalli

♦ **Présentation**

L'objectif de cet atelier est de présenter aux participants un cadre d'analyse des généralisations algébriques (dimensions processus et produit) chez les élèves (Vlassis, Demonty et Squalli, à paraître). Ce cadre intègre le modèle de Dörfler (1991) ainsi que celui de Radford (2006). Cette analyse est conduite en étroite interaction avec une analyse des symbolisations (processus et produit). Cette dernière repose sur le modèle de Radford (2008) ainsi que sur un modèle de structuration de l'activité basé sur le modèle de Dörfler (1991) et des chaînes de significations (Vlassis et Demonty, 2018). Les participants seront invités à opérationnaliser ce cadre d'analyse sur des productions d'élèves et à discuter de sujets potentiels d'une étude internationale portant la généralisation algébrique.

♦ **Références bibliographiques principales**

Dörfler, W. (1991). Forms and means of generalization in mathematics. In A. J. Bishop, S. Mellin-Olsen & J. Van Dormolen (Eds.), *Mathematical knowledge: its growth through teaching* (pp. 63-85). Dordrecht : Kluwer Academic Publishers.

Radford, L. (2008). Iconicity and contraction: A Semiotic Investigation of Forms of Algebraic Generalizations of Patterns In Different Contexts. *ZDM – The International Journal on Mathematics Education.* DOI 10.1007/s11858-007-0061-0.

Radford, L. (2006). Algebraic thinking and the generalization of patterns: A semiotic perspective. In S. Alatorre, J. L. Cortina, M. Saiz, & A. Mendez (Eds.), *Proceedings of the 28th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME-NA)* (pp. 2-21). Merida, Mexico.

Vlassis, J., Demonty, I., & Squalli, H. (à paraître). Développer la pensée algébrique à travers une activité de généralisation basée sur des patterns figuratifs. In H. Squalli & A. Bronner (rédacteurs invités), *Le développement de la pensée algébrique avant l'introduction du langage algébrique conventionnel*. NCRÉ

Vlassis, J., & Demonty, I. (2018). Symbolisation and objectification through social interactions for meaningful learning of mathematics. In E. Bergqvist, M. Österholm, C. Granberg, & L. Sumpter (Eds.), *Proceedings of the 42nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 4) (pp. 371-378). Umea, Sweden: University of Umea.

Atelier 3 – Analyse des productions d'élèves sur des problèmes de comparaison

Adolphe Adihou, Mirène Larguier, Hassane qsualli et Alain Bronner

♦ **Présentation**

En vue de documenter les raisonnements algébriques et arithmétiques mobilisés par les élèves dans la résolution de problèmes de comparaison de type déconnecté (Marchand et Bednarz, 1999, 2000), nous avons soumis ces problèmes à des élèves québécois de premier cycle du secondaire (Secondaire 1 et secondaire 2), ainsi qu'à des élèves français (5ième). Nous avons conçu et utilisé une grille d'analyse pour étudier les raisonnements de ces élèves (Adihou et Squalli, soumis ; Squalli, Bronner, Larguier et Adihou, soumis).

♦ **Références bibliographiques principales**

Adihou, A., & Squalli, H. (soumis). Nature analytique des raisonnements d'élèves au début du secondaire: qu'en est-il lors de la résolution de problème visant le développement de la pensée algébrique? *Nouveaux cahiers de la recherche en éducation*, 25 pages.

Squalli, H., Bronner, A., Larguier, M., & Adihou, A. (soumis). Cadre d'analyse des raisonnements dans la résolution de problèmes algébriques de type partage inéquitable. *Nouveaux cahiers de la recherche en éducation*, 25 pages.

Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques, 19*(2), 222-265.

Marchand, P., & Bednarz, N. (1999). L’enseignement de l’algèbre au secondaire: une analyse des problèmes présentés aux élèves*. Bulletin de l’Association Mathématique du Québec, XXXIX*(4), 30- 42.

Marchand, P., & Bednarz, N. (2000). Développement de l’algèbre dans un contexte de résolution de problèmes: résolution des élèves. *Bulletin de l’Association des Mathématiques du Québec, XL*(4), 15-24.

AXE 4 – Enseignement et formation des enseignants

Atelier 4 – Les conceptions que les instituteurs ont de la pensée algébrique et des activités susceptibles de favoriser son apprentissage

Isabelle Demonty

♦ Présentation

Dans cet atelier, nous aborderons une recherche que nous menons actuellement sur les conceptions qu'ont les instituteurs des activités susceptibles de développer la pensée algébrique.

Cette étude a pour but de récolter les conceptions d'une dizaine d'enseignants sur les activités de généralisation au travers d'un questionnaire écrit et d'une observation de stratégie d'enseignement d'une activité de généralisation « imposée ».

L'objectif de l'atelier est de présenter les premières données recueillies et de discuter d'une grille d'analyse de leçons susceptible d'évaluer la qualité de l'environnement proposé en matière de pensée algébrique. Cette grille est issue des travaux de Hill et al (2010) et nous semble potentiellement très riche pour évaluer des leçons filmées, dans une logique de comparaison internationale. Les participants seront invités à opérationnaliser cette grille d'analyse sur une leçon filmée et de discuter de sujets potentiels d'une étude internationale portant les pratiques des enseignants en regard des activités de généralisation.

♦ Références bibliographiques principales

Charalambous, C. Y., & Litke, E. (2018). Studying instructional quality by using a content-specific lens: the case of the Mathematical Quality of Instruction framework. *ZDM*, 1-16.

Demonty, I., Vlassis, J., & Fagnant, A. (2018). Algebraic thinking, pattern activities and knowledge for teaching at the transition between primary and secondary school. *Educational Studies in Mathematics*, *99*(1), 1-19.

Hill, H. C., Blunk, M., Charalambous, C., Lewis, J., Phelps, G. C., Sleep, L., & Ball, D. L. (2008). Mathematical Knowledge for Teaching and the Mathematical Quality of Instruction: An exploratory study. *Cognition and Instruction*, *26*, 430–511.